



Universitat d'Alacant
Universidad de Alicante

XIV JORNADES DE XARXES D'INVESTIGACIÓ EN DOCÈNCIA UNIVERSITÀRIA

Investigació, innovació i ensenyament universitari:
enfocaments pluridisciplinars



JORNADAS
DE REDES DE INVESTIGACIÓN
EN DOCENCIA UNIVERSITARIA

XIV

Investigación, innovación y enseñanza universitaria:
enfoques pluridisciplinares

Coordinadores i coordinadors / *Coordinadoras y coordinadores:*

María Teresa Tortosa Ybáñez

Salvador Grau Company

José Daniel Álvarez Teruel

© Del text / *Del texto:*

Les autores i autors / *Las autoras y autores*

© D'aquesta edició / *De esta edición:*

Universitat d'Alacant / *Universidad de Alicante*

Vicerektorat de Qualitat i Innovació Educativa / *Vicerrectorado de Calidad e Innovación Educativa*

Institut de Ciències de l'Educació (ICE) / *Instituto de Ciencias de la Educación (ICE)*

ISBN: 978-84-608-7976-3

Revisión y maquetación: Verónica Francés Tortosa

Publicación: Julio 2016

El desarrollo de una "mirada profesional": La idea de trayectoria de aprendizaje del pensamiento geométrico

M. Bernabeu; S. Llinares

*Departamento de Innovación de Formación Didáctica
Universidad de Alicante*

RESUMEN

El desarrollo de la destreza "mirar profesionalmente" (Mason, 2002) es un objetivo en la formación de los maestros. Esta destreza integra las actividades cognitivas de identificar e interpretar los elementos matemáticos relevantes en las situaciones de enseñanza como paso previo a la fundamentación de las decisiones de enseñanza. En el diseño de prácticas docentes en la formación de maestros para desarrollar esta destreza usamos la idea de progresiones en el aprendizaje integrada en el concepto de *trayectoria hipotética de aprendizaje* (Simon, 2014) para tomar decisiones sobre la estructura y contenido de las prácticas docentes. Las trayectorias hipotéticas de aprendizaje se conceptualizan como descripciones del pensamiento de los niños en dominios matemáticos específicos y un conjunto de tareas diseñadas para apoyar su progresión (Clements & Sarama, 2004). En esta comunicación describimos las características del proceso seguido para diseñar prácticas docentes prototípicas según estas referencias, y que son usadas en la formación inicial de los maestros de educación primaria para desarrollar la destreza "mirar profesionalmente" los procesos de enseñanza-aprendizaje de la geometría.

Palabras clave: formación de maestros, diseño de prácticas, educación matemática, mirada profesional, enseñanza-aprendizaje de la geometría.

1. INTRODUCCIÓN

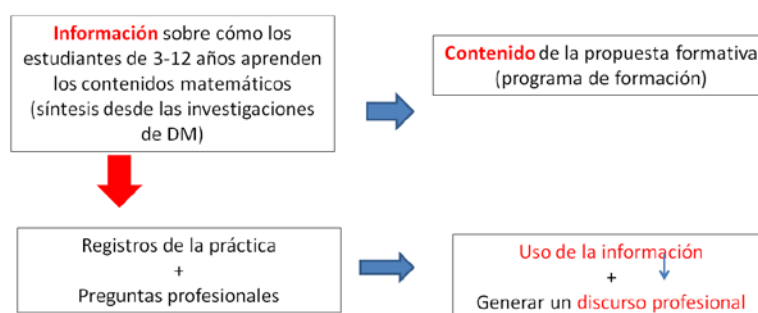
El diseño de actividades (tareas y prácticas) para los programas de formación de profesores (educación primaria y educación secundaria) y la propuesta de metodologías vinculadas, tiene como objetivo promover el aprendizaje de los estudiantes para profesor en formas coherentes con el perfil profesional correspondiente. Este ámbito de innovación educativa está teniendo un desarrollo específico en la educación matemática a nivel internacional en el dominio particular de la formación de maestros (Clarke, Grevholm, y Millman, 2009). El diseño de actividades (tareas y prácticas) vinculadas a buenas prácticas en la formación de maestros en el ámbito de la educación matemática está vinculado a perspectivas teóricas sobre cómo los estudiantes para maestro aprenden, y a los resultados de las investigaciones en didáctica de las matemáticas. Así, las innovaciones educativas en los programas de formación de maestros generan ejemplos de buenas prácticas en las aulas universitarias (Fernández et al, 2016; 2105). Además, la transferencia a los programas de formación de maestros de los resultados de las investigaciones sobre el aprendizaje matemático de los estudiantes de educación primaria y secundaria, implica la transformación de resultados de investigación empírica en contenido de los programas de formación.

En particular, desde hace tiempo se asume que lo que los estudiantes para maestro aprenden depende de las actividades (tareas y prácticas) que deben realizar en el programa de formación. En este trabajo vamos a denominar "tarea-práctica " al binomio formado por las tareas-actividades que se les proponen a los estudiantes para maestro, y las metodológicas vinculadas, que permiten generar contextos de aprendizaje dirigidos por un objetivo en el programa de formación (Llinares, Valls, Roig, 2008). El diseño de las tareas-prácticas debe considerar el objetivo de aprendizaje pretendido para los estudiantes para maestro, en definitiva, lo que define el objetivo de aprendizaje en un contexto institucional y constituye lo que los formadores quieren enfatizar (Callejo y Zapatera, 2016; Fernández, Llinares y Valls, 2012, 2013; Llinares, Fernández, y Sánchez-Matamoros, 2016; Sánchez-Matamoros, Fernández y Llinares, 2016)).

En concreto, el grupo de formadores de maestros en el área de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Alicante ha colocado, desde hace algún tiempo, el énfasis en el aprendizaje del contenido matemático y del contenido de didáctica de las matemáticas que se considera relevante para el desarrollo de la competencia docente del maestro denominada "mirar profesionalmente" las situaciones de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. El

desarrollo de esta competencia docente conlleva aprender a usar un vocabulario profesional vinculado a la docencia de las matemáticas (Fernández et al, 2015). La figura 1 describe las relaciones entre los resultados de la investigación empírica en didáctica de la matemática transformados en contenido de la propuesta formativa, y la articulación de las tareas-prácticas en el programa de formación que integran registros de la práctica y preguntas profesionales, que permiten construir contextos para el uso de la información para generar un discurso profesional.

Figura 1. Relaciones que fundamentan la toma de decisiones en el diseño de las prácticas en el programa de formación de maestros



2. LA COMPETENCIA DOCENTE "MIRAR PROFESIONALMENTE" LAS SITUACIONES DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE Y EL DISEÑO DE TAREAS-PRÁCTICAS EN EL PROGRAMA DE FORMACIÓN

La competencia docente "mirar profesionalmente" las situaciones de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas implica identificar los hechos que son relevantes en una situación de enseñanza de las matemáticas e interpretarlos desde el punto de vista del aprendizaje matemático pretendido, para decidir cómo apoyar la progresión en el aprendizaje del estudiante de educación primaria. Esta competencia docente define lo que significa ser maestro desde la perspectiva de la didáctica de la matemática y, es un ejemplo de la manera en que *el maestro debe usar el conocimiento* de matemáticas y de didáctica de las matemáticas en la realización de la tarea docente de enseñar matemáticas.

Colocar el énfasis en el programa de formación de maestros en el desarrollo de esta competencia docente exige al formador de maestros identificar lo que puede ser conocimiento relevante para la enseñanza de las matemáticas. Una referencia en el diseño de las tareas-prácticas en el programa de formación dirigidas al desarrollo de la competencia docente

"mirar profesionalmente" es la idea de *trayectoria de aprendizaje*. El significado dado a la idea de trayectoria de aprendizaje está formado por un modelo del desarrollo del aprendizaje de los alumnos en relación a un tópico matemático particular, y por un conjunto de tareas que pueden promover dicho aprendizaje (Battista, 2011, Simon, 2014). Que los maestros conozcan la idea de trayectoria de aprendizaje de tópicos matemáticos del currículo escolar puede ayudarles a comprender el aprendizaje de sus estudiantes y a ajustar la planificación de su enseñanza a los alumnos particulares que tiene en un momento dado.

En este trabajo vamos a ejemplificar el proceso seguido en el diseño de las tareas-prácticas en el programa de formación de maestros cuando el objetivo es el desarrollo de la competencia docente "mirar profesionalmente". Definida de esta manera el diseño de estas tareas-prácticas en el programa de formación de maestro se encuentra en la intersección de la investigación empírica y la innovación educativa en la enseñanza en la universidad.

3. REFERENCIAS PARA EL DISEÑO DE LAS TAREAS-PRÁCTICAS EN EL PROGRAMA DE FORMACIÓN DE MAESTROS EN EL ÁMBITO DE LA DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

El diseño de las tareas-prácticas para la formación de maestros implica considerar como contenido de didáctica de las matemáticas **a una trayectoria de aprendizaje de un tópico matemático**. Aunque existen diferentes caracterizaciones de la idea de progresión en el aprendizaje (Battista, 2011; Empson, 2011) una idea clave asumida desde las diferentes perspectivas es la de considerar como descripciones de formas cada vez más sofisticadas de pensar que pueden seguir los niños en su aprendizaje de un tópico matemático específico y que proceden de la síntesis de las investigaciones en didáctica de las matemáticas (Clements y Sarama, 2004, 2009). Aunque se asume que no es posible describir todas las posibles rutas que los aprendices pueden seguir, se reconoce la necesidad de **tener puntos de referencias ("bechmarks")** que definan hitos en dicha progresión y que sean conocidos por los maestros. Estos hitos de referencia se refieren al conocimiento y comprensión de los maestros de las estructuras cognitivas construidas por los estudiantes en relación a los elementos matemáticos que constituyen el tópico matemático y que son referencias de la progresión en el aprendizaje. La segunda característica de la idea de trayectoria de aprendizaje que consideramos tiene que ver con el significado dado a la **transición entre los puntos de referencia** (bechmarks, los niveles): como cambios observables en la conducta de resolución de problemas por partes de

los estudiantes. El conocimiento del maestro sobre los puntos de referencia y las transiciones en el aprendizaje de los contenidos matemáticos escolares se convierte así en un instrumento conceptual para los maestros en su toma de decisiones instruccionales (Simon, 2014). Por otra parte, las transiciones entre formas de conocer se refieren al paso desde lo que los niños pueden conocer del tópico en un momento determinado (conocimientos previos de los estudiantes de los elementos conceptuales claves en relación a un tópico matemático) hasta lo que el currículo establece como objetivo de la enseñanza en ese nivel educativo. Esta hipótesis es la que justifica que conceptualmente se entiendan las trayectorias hipotéticas de aprendizaje como el binomio formado por la descripción de formas de pensar cada vez más sofisticadas por parte de los estudiantes en relación a un tópico matemático y un conjunto de actividades que pueden apoyar las diferentes transiciones a partir de la resolución de las actividades por parte de los estudiantes. Asumiendo estas características, para el diseño de las tareas-actividades en el programa de formación de maestros usamos *la idea de trayectoria hipotética de aprendizaje* (y no trayectoria de aprendizaje real). La cuestión que se plantea aquí es considerar en qué medida la progresión en el aprendizaje conjeturada depende de una determinada secuencia instruccional (el tipo de actividades previstas en la enseñanza). Una manera de resolver esta cuestión en el uso que hacemos de las trayectorias de aprendizaje en el diseño de las tareas docentes en el programa de formación de profesores es usar la idea de puntos de referencia (benchmarks) que nos permiten considerar características de niveles de desarrollo y por tanto como una manera de describir el "terreno" por lo que pueden transitar el aprendizaje de los estudiantes.

Finalmente, la segunda referencia a considerar en el diseño de las tareas-prácticas es el perfil profesional del maestro, es decir, la tarea docente que debe realizar como una referencia al pensar en el tipo de actividades que debe realizar en el programa de formación. Esta segunda referencia, toma la forma de **un esquema que organiza cuestiones profesionales** para simular la actividad mental que realiza un maestro ante la tarea de enseñar matemáticas. Este esquema considera cuestiones en tres dimensiones: sobre el problema de matemáticas que articula la lección planificada, sobre la identificación de las características del aprendizaje matemático pretendido en los alumnos, y sobre las propuestas de enseñanza que pueden apoyar la progresión en el aprendizaje (Tabla 1).

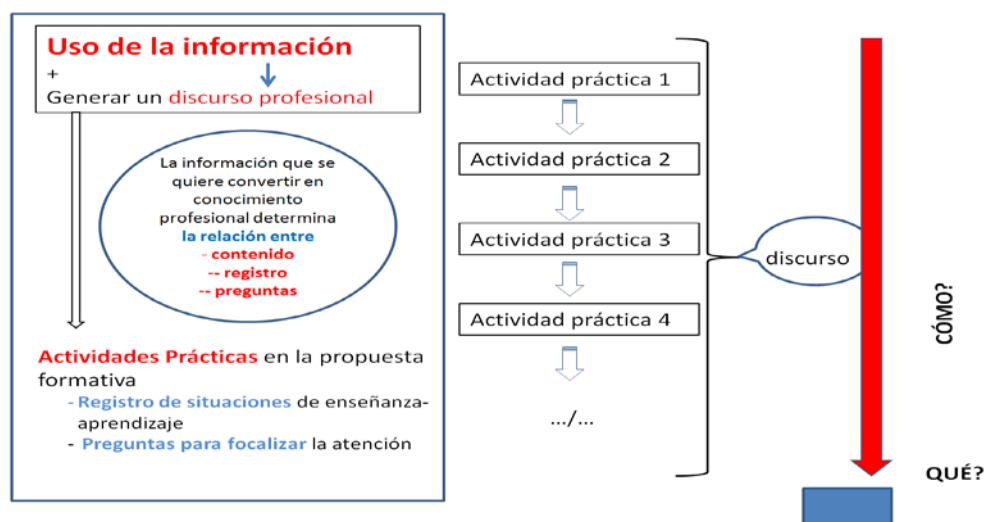
El proceso de diseño-implementación y análisis de las tareas-prácticas en el programa implica la realización de experimentos de enseñanza inserto en un modelo de tres fases: el

diseño, la implementación, y el análisis, que conlleva refinar el diseño inicial a partir de los resultados relativos al aprendizaje (Llinares, 2014). El esquema que sigue esta propuesta se describe en la figura 2.

Tabla 1. Un esquema para organizar la toma de decisiones en la propuesta de cuestiones profesionales en el diseño de las prácticas

	Ejemplos de cuestiones
Sobre el problema de matemáticas que organiza la lección	* ¿Cuáles son los objetivos de aprendizaje que subyacen en el uso de esta actividad en la lección? (¿qué es lo que se pretende que el alumno aprenda de matemáticas al usar esta actividad en la lección?)
Sobre el aprendizaje	* Formas diferentes en que se puede resolver la actividad matemática. Anticipa posibles respuestas que puedan producir los estudiantes al resolver esta actividad, tanto si se supone que son correctas como no. Describe los elementos matemáticos que justificarían la forma de proceder de los estudiantes
Sobre la enseñanza	* ¿qué actividad propondrías en cada caso anterior para apoyar la progresión del aprendizaje de los estudiantes en este tópico matemático?

Figura 2. Estructura de la fundamentación de las prácticas en el programa de formación de maestros dirigidas a desarrollar la competencia "mirar profesionalmente" las situaciones de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas



4. UN EJEMPLO DEL PROCESO DE DISEÑO DE TAREAS-PRÁCTICAS: APRENDIENDO A “MIRAR PROFESIONALMENTE” EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO GEOMÉTRICO EN LOS ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN PRIMARIA

Uno de los objetivos del programa de formación, en el ámbito de la didáctica de la matemática es que los estudiantes para maestro sean capaces de reconocer características de la progresión del aprendizaje matemático de los diferentes tópicos matemáticos del currículo para poder planificar la enseñanza de manera que apoye dicha progresión. Por ejemplo, en el dominio de la geometría el currículo de educación primaria establece como uno de los contenidos la identificación de figuras (polígonos, cuadriláteros, paralelogramos, circunferencia, etc...), elementos básicos (lados, diagonales, simetrías, concavidad/convexidad, ...); relacionar figuras atendiendo a algunos atributos lo que conlleva a la clasificación de las figuras según diferentes criterios (clasificación de polígonos, cuadriláteros, triángulos, ...), y composición y descomposición de figuras que conlleva a la introducción de la medida. Por tanto, el objetivo específico del programa de formación de maestros derivado a partir de aquí es que los estudiantes para maestro aprendan a reconocer características de la progresión del aprendizaje de las formas geométricas en los estudiantes de educación primaria (Battista, 2007, 2012). Para ello, en el proceso de diseño de las tareas-prácticas debemos considerar

- la descripción de un modelo de progresión en la comprensión de las formas geométricas,
- la identificación de actividades y problemas susceptibles de ser usados en la educación primaria, y
- registros de la práctica ejemplificando los hitos o características claves de la progresión en el pensamiento geométrico que sirvan como base para el desarrollo de maneras de pensar del maestro (eligiendo actividades matemáticas, identificando elementos matemáticos relevantes, anticipando posibles respuestas, pensando en actividades alternativas, ...)

El objetivo aquí es determinar cómo se pueden diseñar tareas-prácticas en el programa de formación de maestros de manera que los estudiantes para maestro tengan la oportunidad de reconocer en qué medida las respuestas de los estudiantes a determinadas tareas (lo que

hemos denominado registros de la práctica) están reflejando características de alguno de los niveles de razonamiento.

4.1. Un modelo de progresión en el desarrollo del pensamiento geométrico

Para describir la progresión en el aprendizaje de las formas geométricas en educación primaria asumimos las referencias generales dadas por el modelo de pensamiento geométrico propuesta por van Hiele (Battista, 2007). Este modelo asume que para que el estudiante progrese a un determinado nivel debe haber superado los niveles anteriores. Según este modelo de progresión, los estudiantes están en el nivel 1 (reconocimiento) cuando sus esquemas cognitivos les permiten basarse en la apariencia física de los objetos para reconocerlos, posteriormente se considera que están en el nivel 2 (análisis) cuando sus esquemas cognitivos les permiten pensar sobre las figuras en términos de sus propiedades. Luego, cuando empiezan a relacionar los atributos y generar agrupamientos/clasificaciones se considera que están en el nivel 3 (clasificación).

Nivel 1: Reconocimiento, visualización

En este nivel los individuos distinguen las figuras y los cuerpos por sus formas y semejanzas físicas, sin detectar relaciones entre los mismos y sus partes (perciben las formas globalmente). Frecuentemente hacen descripciones por su semejanza con otros objetos, no necesariamente matemáticas: "se parece a..."; "tiene forma de...", y no suelen reconocer explícitamente las partes de que se componen las figuras ni sus propiedades matemáticas. Por ejemplo, un rectángulo es un rectángulo porque se parece a un rectángulo. Es decir, que si un objeto o figura no encaja con su imagen mental particular de la figura, pues entonces resulta una figura diferente. Así, un niño puede reproducir con gomas elásticas en un geoplano distintos tipos de cuadriláteros (un cuadrado, un rombo, un paralelogramo y un rectángulo), pero no es capaz de ver que un rombo es un tipo de paralelogramo, o que un cuadrado es un tipo de rectángulo, pues ve cada figura como una forma distinta y aislada.

Nivel 2: Análisis

En este nivel comienza a desarrollarse la conciencia de que las figuras constan de partes. Reconocen que los objetos geométricos están formados por partes o elementos y están dotados de propiedades. Son capaces de describir las partes que integran una figura y sus propiedades. Por ejemplo, el niño es capaz de ver que un rectángulo tiene cuatro ángulos rectos, que tiene dos diagonales y que son congruentes, pero todavía no es capaz de ver el

rectángulo como un tipo de paralelogramo. En este nivel los alumnos pueden incluir en sus descripciones elementos de las figuras que no tienen por qué ser compartidas por todos los ejemplos del concepto. Sin embargo esta forma de considerar diferentes elementos/atributos de las figuras, no les permite determinar cómo diferentes figuras pueden estar relacionadas, que es lo que está en la base de las actividades de clasificación. Además, en este nivel aunque los aprendices identifiquen diferentes elementos/atributos de las figuras, tampoco llegan a comprender cómo los diferentes atributos están relacionados.

En este nivel de desarrollo del razonamiento todavía se tienen problemas en la clasificación de las figuras (relaciones lógicas entre las figuras, relaciones de atributos entre las figuras) y en lo que significa definir (relaciones entre los atributos de una figura).

Nivel 3: Clasificación

En este nivel las relaciones y clasificaciones empiezan a quedar clarificadas si se dan orientaciones. Por ejemplo, el cuadrado se ve como un caso particular de rectángulo y este como un caso particular de paralelogramos. Comienzan a establecerse relaciones lógicas entre propiedades, reconociendo que unas propiedades se deducen de otras y de descubrir estas implicaciones. En este nivel los alumnos son capaces de relacionar propiedades de figuras y entre figuras, pueden deducir propiedades de una figura. En este nivel, por ejemplo en el caso de los cuadriláteros, los alumnos ya empiezan a entender que la igualdad de los ángulos opuestos implica el paralelismo de los lados, y que la igualdad de los lados en un paralelogramo implica la perpendicularidad de las diagonales. Para fomentar el nivel 3 de pensamiento hay que animar a los estudiantes a descubrir relaciones entre las figuras geométricas, animarles a realizar conjeturas y desarrollar procesos de razonamientos deductivos informales.

Finalmente, el modelo describe un cuarto nivel que corresponde a la deducción formal que queda fuera del aprendizaje geométrico en educación primaria. La descripción de las características de estos niveles de desarrollo del pensamiento geométrico en relación a las formas geométricas permite identificar hitos de referencia para definir las transiciones en el desarrollo del aprendizaje (Figura 3).

Figura 3. Características del desarrollo del pensamiento geométrico en el modelo de Van Hiele

	Elementos explícitos	Elementos implícitos
Nivel 1	Figuras	Partes y propiedades de las figuras
Nivel 2	Partes y propiedades de las figuras	Implicaciones entre propiedades.
Nivel 3	Implicaciones entre propiedades	Deducción formal de teoremas
Nivel 4	Deducción formal de teoremas	

Las características de cada nivel de desarrollo del pensamiento geométrico en los estudiantes de educación primaria son el conocimiento que un maestro debe usar para identificar lo relevante en una situación de enseñanza de la geometría, e interpretar las respuestas de los estudiantes para generar información sobre lo que parece estar comprendiendo sus alumnos y sobre lo que debería ser realizado a continuación. La tabla 2 relaciona las acciones cognitivas que los maestros deben reconocer e identificar en las respuestas de los alumnos y que se convierten en el contenido a ser aprendido y usado por ellos para planificar la manera que debe seguir la enseñanza para apoyar el aprendizaje de los estudiantes.

Tabla 2. Características de los niveles de desarrollo del aprendizaje de las formas geométricas en educación primaria

Progresiones en el desarrollo	Acciones	Tipo de actividad
N1- Identificar	Distinguen las figuras por sus formas y semejanzas físicas, sin detectar relaciones entre los mismos y sus partes (perciben las formas globalmente)	Reconocer diferencias entre 27 figuras considerando tres variables dicotómicas (lados rectos/curvos, cerradas/abiertas, cruzadas/no cruzadas) (Figura 1)
N2-Analizar	Reconocen que las figuras están formadas por elementos y están dotadas de propiedades. Son capaces de describir las partes que integran una figura y sus propiedades. Composición/descomposición	Agrupar 12 figuras siguiendo algún criterio: - De manera libre - Criterio proporcionado Reconocer figuras: Tres composiciones de figuras para identificar figura
N3-Clasificar	Establecen relaciones lógicas entre propiedades, reconociendo que unas propiedades se deducen de otras y de descubrir estas implicaciones	Clasificar según algún criterio

4.2. Registros de la práctica reflejando características del aprendizaje y tipologías de tareas

Para que los estudiantes para maestro puedan empezar a reconocer las diferentes características descritas en el aprendizaje matemático de los estudiantes, en el diseño de las tareas-prácticas en el programa de formación de maestros hemos adoptado la siguiente estructura (tabla 3) en la que las repuestas dadas por los niños/as de educación primaria a las diferentes actividades reflejan características de la progresión del aprendizaje.

Tabla 3. Referencias para organizar los registros de la práctica usados en el diseño de las tareas-prácticas en el programa de formación de maestros

Ejemplos de diferentes niveles de desarrollo			
	Estudiante 1	Estudiante 2	Estudiante 3
Actividad 1	Respuesta E1 a Ac1	Respuesta E2 a Ac1	Respuesta E3 a Ac1
Actividad 2	Respuesta E1 a Ac2	Respuesta E2 a Ac2	Respuesta E3 a Ac2
.../...	.../...	.../...	.../...

Ejemplo: Reconocer evidencias del desarrollo del pensamiento geométrico en estudiantes de educación primaria.

Actividad de educación primaria:

Clasificar polígonos según los lados y según la concavidad o convexidad. Se proporciona a los estudiantes 12 polígonos y una cuadrícula para organizarlos según número de lados y según su concavidad. Se pide colocar los polígonos en la cuadrícula correspondiente respetando los criterios de clasificación propuestos. Se describe, a continuación, la interacción entre una maestra y alumnos de 1º y 2º de educación primaria ante esta actividad. La maestra usa el vocabulario que los estudiantes habían empleado en las actividades anteriores para referirse a los ángulos de las diferentes figuras.

Figura 4. Fichas de los 12 polígonos para la actividad de clasificar

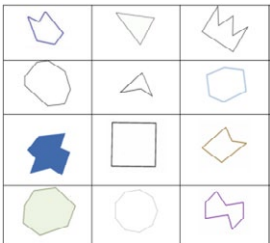


Tabla 4. Transcripción del estudiante 1

MAESTRA: Te voy a dar una serie de fichas y como te he dicho antes, los polígonos se pueden clasificar según el número de lados y también según si tienen todos los picos para fuera o tienen también picos para dentro. Entonces aquí (señalando la columna de convexos) van a ir todos los que tengan picos para fuera solo y aquí (señalando la columna de los cóncavos) picos para dentro y picos para fuera. Entonces tú me las tienes que colocar las figuras según el número de lados que tengan (señalando los números de las filas de la cuadrícula) y según si tienen picos para fuera solo (señalando la columna de los convexos) o picos para fuera y picos para dentro (señalando la columna de los cóncavos)

N110: o sea que aquí (convexos) picos para fuera y aquí (cóncavos) picos para dentro.

MAESTRA: sí, picos para dentro y picos para fuera (señalando cóncavos). Y aquí está el número de lados.

N110: o sea que ¿hay que mezclarlos?

La maestra vuelve a poner ejemplos de polígonos cóncavos y convexos con las fichas indicando en qué columna irían unas y otras.

N110: o sea que picos para dentro van aquí (señalando los convexos).

MAESTRA: no, picos para dentro aquí (señalando la columna de cóncavos) y también fíjate en el número de lados.

N110: ah vale, número de lados

MAESTRA: sí el número de lados que tenga la figura

N110: a vale. (Cuenta el pentágono cóncavo) No hay de cinco... a sí aquí arriba.

Tras pasar tiempo clasificando las figuras

N110: me he liado, aquí (señalando los convexos de más de 5 lados) deberían ir más

MAESTRA: o no, no todos los huecos tienen que estar completados.

Tras terminar de colocar todas las fichas.

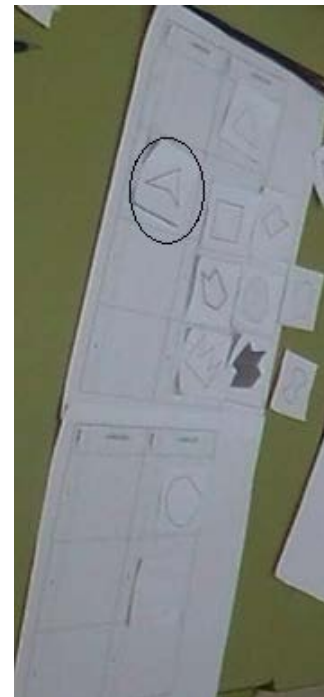
MAESTRA: Vale, explícame, ¿por qué has puesto esta aquí? (figura señalada)








N110: pues porque estos son picos para fuera todos (refiriéndose a la figura) y estos, los demás son picos para dentro y para fuera (señalando los polígonos de la columna de cóncavos).

MAESTRA: y aparte, ¿qué has contado?

N110: pues he contado los lados, para ponerlos en los números que tienen que ir.

MAESTRA: muy bien.



LADOS	CONVEXO	LADOS	CONCAVO
3		3	
4		4	
5		5	
6		6	
7		7	
8		8	
9		9	

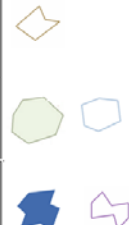


Tabla 5. Transcripción del estudiante 2

MAESTRA: hemos dicho que los polígonos se clasifican según el número de lados y otra manera de clasificarlos es diferenciar los que tienen boca y los que no tienen boca. Ahora te voy a dar estas fichas y tú vas a tener que colocar estas figuras según si no tienen boca que son los convexos, si tienen boca que son los cóncavos, y el número de lados. (Tras clasificarlas) Vale muy bien, explícame ¿cómo las has clasificado?

N21: pues en estas (señalando la columna de los convexos) he contado los lados y los he puesto donde correspondía y en estas (cóncavos) he contado todos los lados, incluso los de las bocas y los he puesto donde correspondía.

MAESTRA: muy bien, entonces esta, ¿por qué la has puesto aquí? (la señalada en la imagen)

N21: porque he contado 1, 2, 3, 4 y 5 y como tiene boca pues va en ese hueco.

MAESTRA: muy bien, perfecto.



El registro de la práctica, que conforman las dos interacciones de la maestra con los dos estudiantes para gestionar la resolución de la actividad de clasificar triángulos considerando simultáneamente los criterios número de lados y reconocimiento de polígonos cóncavos y convexos, representan las evidencias sobre las que los estudiantes para maestro deben responder a las cuestiones que articulan el proceso de “mirar profesionalmente” (Tabla, 3).

Tabla 3. Cuestiones que organizan el análisis de los registros de la práctica docente y que se constituyen en apoyo para el desarrollo de la competencia docente “mirar profesionalmente” las situaciones de enseñanza-aprendizaje

	Cuestiones
Sobre la tarea	* ¿Cuáles son los objetivos de aprendizaje que subyacen en el uso de esta actividad? (¿qué es lo que se pretende que el alumno aprenda al usar esta actividad en la lección?)
Sobre el aprendizaje	* Identifica las características del desarrollo de la comprensión de clasificar puesta de manifiesto por las respuestas de los dos estudiantes En qué medida las respuestas de los estudiantes ponen de manifiesto la relación entre los atributos considerados en las figuras geométricas (cóncavos/convexos, número de lados, ...)
Sobre la enseñanza	* ¿Qué actividad propondrías en cada caso para apoyar la progresión de los estudiantes del proceso de clasificar figuras geométricas?

5. CONCLUSIÓN

A modo de resumen indicamos que el diseño de las tareas-prácticas en el programa de formación de maestros con el objetivo de desarrollar la competencia docente “mirar profesionalmente” las situaciones de enseñanza se apoya en:

- La identificación de un conocimiento: la trayectoria de aprendizaje de tópicos curriculares, y que se debe aprender a usar en tareas profesionales:
 - reconocer lo relevante en una situación,
 - interpretarlo (dar sentido a la situación), y
 - tomar decisiones para continuar la enseñanza con el objetivo de apoyar la progresión en el aprendizaje de los estudiantes

Las tareas-prácticas diseñadas considerando estas referencias tienen como objetivo aproximar el aprendizaje de los estudiantes para maestro a la tarea profesional de enseñar matemáticas que deben desarrollar con posterioridad.

Reconocimiento. La participación de Salvador Llinares en esta investigación ha recibido el apoyo del Proyecto I+D+i EDU2014-54526-R del Ministerio de Ciencia e Innovación, España.

6. REFERENCIAS

- Battista, M.T. (2007). The Development of Geometric and Spatial Thinking. En F.K. Lester, Jr. (ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, (pp. 843-908). Reston, VA-Charlotte, NC: NCTM-IAP.
- Battista, M.T. (2012). *Cognition-based assessment and teaching geometric shapes: building on students' reasoning*. Heinemann: New York.
- Battista, M. (2011). Conceptualizations and Issues Related to Learning Progressions, Learning Trajectories, and Levels of Sophistication. *The Mathematics Enthusiasts*, 8(3), 507-570.
- Callejo, M.L. & Zapatera, A. (2016). Prospective primary teachers' noticing of students' understanding of pattern generalizations. *Journal of Mathematics Teacher Education*, DOI 10.1007/s10857-016-9343-1.
- Clarke, B, Grevholm, B. & Millman, R. (2009) (eds.). *Tasks in Primary Mathematics Teacher Education. Purpose, Use and Exemplars*. Springer: London.

- Clements, D. & Sarama, J. (2004). Learning trajectories in mathematics education. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 81–89.
- Clements, D. & Sarama, J. (2009). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach*. New York, NY: Routledge.
- Empson, S. (2011). On the Idea of Learning Trajectories: Promises and Pitfalls. *The Mathematics Enthusiast*, 8(3), 571-596.
- Fernández, C., Llinares, S. & Valls, J. (2012). Learning to notice students' mathematical thinking through on-line discussions. *ZDM. Mathematics Education*, 44, 747-759.
- Fernández, C., Llinares, S. & Valls, J. (2013). Primary school teachers' noticing of students' mathematical thinking in problem solving. *The Mathematics Enthusiast*, 10(1&2), 441-468.
- Fernández, C., Moreno, M., Callejo, M.L., Llinares, S., Sánchez-matamoras, G., Torregrosa-Girones, G., Buform, A. & Ivars, P. (2016). Tecnologías de la Información y Comunicación aplicadas a la Educación Matemática (TICEM). En Álvarez, J.D.; Grau, S. & Tortosa, M.T. (coord.) (2016), *Innovaciones metodológicas en docencia universitaria: resultados de investigación*. Universidad de Alicante, Vicerrectorado de Estudios, Formación y Calidad, Instituto de Ciencias de la Educación. Cap. 69 (pp. 1055-1075).
- Fernández, C., Callejo, M.L., Llinares, S., Torregrosa, G., Buform, A., Ivars, P., & Sánchez-Matamoras, G. (2015). Desarrollo de competencias docentes a través de tres experimentos de enseñanza en Didáctica de la Matemática. En J.D. Álvarez, M.T. Tortosa & N. Pellin (coord.) (2015), *Investigación y propuestas Innovadoras de Redes UA para la mejora docente* (pp. 910-927). Alicante: ICE-Universidad de Alicante.
- Llinares, S. Fernández, C. & Sánchez-Matamoras, G. (2016). Changes in how prospective teachers anticipate secondary students' answers. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 12(8), 2155-2170.
- Llinares, S. (2014). Experimentos de enseñanza e investigación. Una dualidad en la práctica de formador de profesores de matemáticas. *Educación Matemática*, nº extraordinario, marzo, 31-51.
- Llinares, S., J. Valls & A.I. Roig (2008). Aprendizaje y diseño de entornos de aprendizaje basado en videos en los programas de formación de profesores de matemáticas. *Educación Matemática*, 20(3), 59-82.

- Sánchez-Matamoros, G.; Fernández, C. & Llinares, S. (2015). Developing pre-service Teachers' noticing of students' understanding of the derivative concept. *International Journal of Science and mathematics Education*, 13, 1305-1329.
- Simon, M. (2014). Hypothetical Learning Trajectories in mathematics Education. En S. Lerman (ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education*, 272-275.